

Функция задана на следующем участке

Задача: найти $\max b[0..n-1]$.

Идея: найти, что является программой
S обходит $\max(b[0..n-1])$

Q: $N \geq 1$ Формализация начальных данных

R: ~~$m = \max$~~ $0 \leq k < N \wedge b[k] = \max(b[0..n-1])$
// $0 \leq k < N \wedge b[k] \geq b[0..n-1]$

S: $i, k := 1, 0$; // i
do $i < N \rightarrow$ if $b[i] \leq b[k] \rightarrow \text{skip}$
| $b[i] > b[k] \rightarrow k := i$
fi;
 $i := i + 1$

od Доказательство инварианта:

P: $0 \leq i \leq N \wedge b[k] \geq b[0..i-1] \wedge 0 \leq k < i$
t: $N - i$

Доказательство

1. $Q \Rightarrow WP(i, P)$

$N \geq 1 \Rightarrow P, 0$
 i, k

$N \geq 1 \Rightarrow \underbrace{0 \leq 1 \leq N} \wedge \underbrace{b[0] \geq b[0]}$

$N \geq 1 \Rightarrow \underbrace{N \geq 1}$

3. $P \wedge \neg B \Rightarrow R$

$0 \leq i \leq N \wedge b[k] \geq b[0..i-1] \wedge 0 \leq k < i \wedge \neg(i < N) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 0 \leq k < N \wedge b[k] \geq b[0..n-1]$

$0 \leq i \wedge i = N \wedge b[k] \geq b[0..i-1] \wedge 0 \leq k < i \Rightarrow$
 $\Rightarrow 0 \leq k < N \wedge b[k] \geq b[0..n-1]$

* з выражениями $i = N$ и $k < i$ не согласуется;
где; отсюда: * / $\neg(N \wedge)$

$$2. P \wedge B' \Rightarrow WP(S', P), \text{ где } B' \neq i < N \quad (1)$$

$$S' \neq IF; i = i+1$$

Обозначим $WP(S', P)$:

$$WP(S', P) = WP(IF, WP(i := i+1, P)) = WP(IF, P') =$$

$$= (B_1 \vee B_2) \wedge (\dots B_1 \Rightarrow WP(\text{skip}, P')) \wedge$$

$$\wedge (\dots B_2 \Rightarrow WP(R := i, P'))$$

$$= T \wedge (P \wedge B_1 \Rightarrow P') \wedge (P \wedge B_2 \Rightarrow (P')^i_k)$$

$$= (B_1 \Rightarrow P') \wedge (B_2 \Rightarrow (P')^i_k), \quad (2)$$

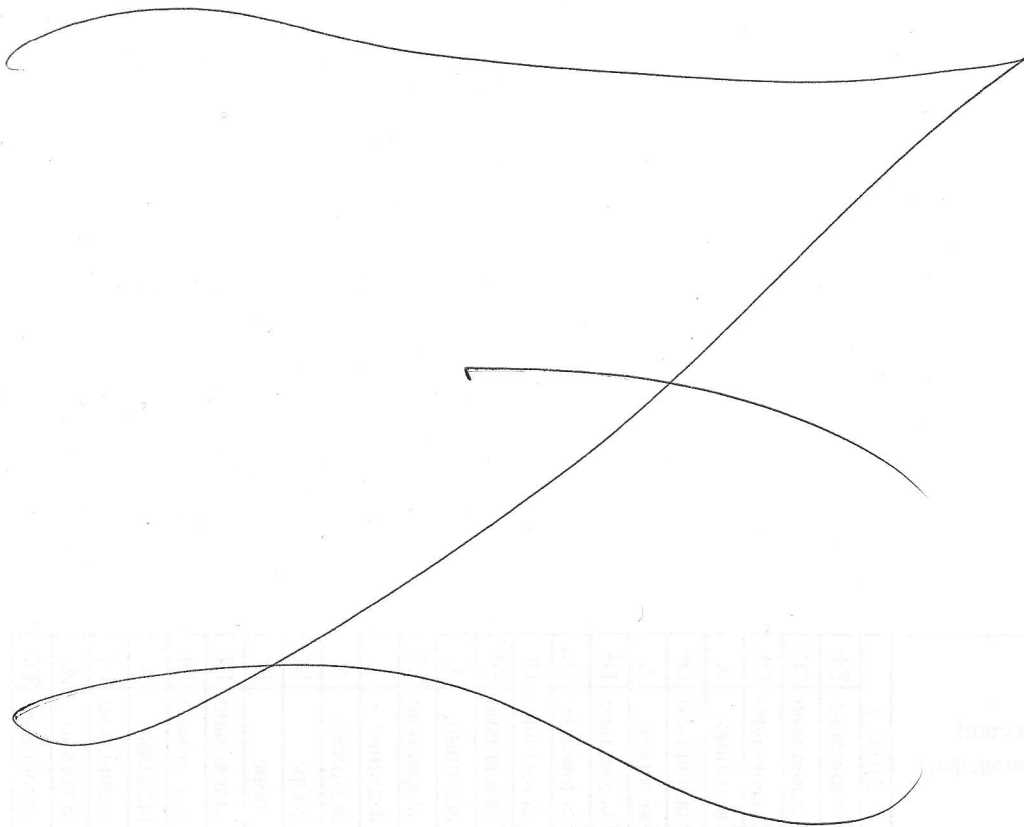
З (1), (2) следует: где $P' = P^{i+1}_i$

$$\neg P \vee \neg B' \vee (\neg B_1 \vee P') \wedge (\neg B_2 \vee (P')^i_k)$$

$$(\underbrace{P \wedge B' \wedge B_1 \Rightarrow P'}_{a}) \wedge (\underbrace{P \wedge B' \wedge B_2 \Rightarrow (P')^i_k}_{b})$$

a)

b)



$$a) \quad 0 \leq i \leq n \wedge i < n \wedge b[i] \leq b[k] \Rightarrow$$

$$(\wedge b[k] \geq b[0..i-1]) \wedge 0 \leq k < i$$

3/4

$$\Rightarrow -1 \leq i < n \wedge b[k] \geq b[0..i] \wedge 0 \leq k < i+1$$

$$0 \leq i < n \wedge b[k] \geq b[0..i] \wedge 0 \leq k < i+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \leq i < n \wedge b[k] \geq b[0..i] \wedge 0 \leq k < i$$

⌈

$$b) \quad 0 \leq i \leq n \wedge b[k] \geq b[0..i-1] \wedge 0 \leq k < i \wedge i < n \wedge b[i] > b[k] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1 \leq i < n \wedge b[i] \geq b[0..i] \wedge 0 \leq i < i+1$$

$$0 \leq i < n \wedge b[k] \geq b[0..i-1] \wedge 0 \leq k < i \wedge b[i] > b[k] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{0 \leq i < n} \wedge b[i] \geq b[0..i-1]$$

$$\wedge (y \geq z) \wedge (x > y) \Rightarrow (y \geq z) \wedge (x > y) \wedge (x > z)$$

$$(\wedge (x > y \wedge y \geq z \Rightarrow x > z))$$

⌋

$$0 \leq i < n \wedge b[i] > b[k] \wedge b[k] \geq b[0..i-1] \wedge b[i] > b[0..i-1]$$

$$\wedge 0 \leq k < i \Rightarrow b[i] > b[0..i-1]$$

⌈ (HYA)

$$4. \quad P \wedge BB \Rightarrow t > 0$$

$$P \wedge i < n \Rightarrow n-i > 0$$

⌈ (HYA)

$$5. P \wedge B' \Rightarrow WP("t_0 := t; S'", t < t_0)$$

оцениваем энергию WP:

$$WP("t_0 := t; S'", t < t_0) =$$

$$= WP(t_0 := t, WP(\underbrace{IF, WP(i := i+1, t < t_0)}_{= N-i}))$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{N-i-1 < t_0}$$

$$(B_1 \vee B_2) \wedge (B_1 \Rightarrow WP(\text{skip}, N-i-1 < t_0))$$

$$\wedge (B_2 \Rightarrow WP(k := i, N-i-1 < t_0))$$

$$= WP(t_0 := t, B_1 \vee B_2 \Rightarrow N-i-1 < t_0)$$

$$= (N-i-1 < t_0)^{N-i} = (N-i-1 < N-i)$$

$$= T$$

следует

$$P \wedge B' \Rightarrow T$$

$\square$

